

ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ПАРОЖИДКОСТНОГО ПОТОКА ЧЕРЕЗ ТРУБЫ И МЕСТНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

В.О. Голубев

ООО «Math Designer», Россия, 199106, Санкт-Петербург, В.О., Большой пр., 60/10, оф. 12,
e-mail: vo.golubev@mathdesigner.ru

Аннотация. Составлено математическое описание, в котором рассмотрены все режимы течения двухфазного парожидкостного потока через трубы и местные сопротивления, учтена термо- и гидродинамика парожидкостной смеси. С помощью модели можно спрогнозировать расход парожидкостной смеси, гидравлическое сопротивление участка сети. Модель дополнена возможностью учета форм и размеров простейшего дросселирующего устройства – диафрагмы. Математическое описание интегрировано в среду разработки «Math Designer», и может быть использовано для автоматизированной разработки дросселирующих устройств и труб для двухфазных потоков.

Ключевые слова: парожидкостное равновесие, двухфазный поток, модель течения, критическое истечение, потери давления, местное сопротивление, дросселирование, диафрагма.

Типы течений

Общий случай установки диафрагмы изображен на рис. 1. В зависимости от отношения давления в резервуарах или трубах до и после дросселя к давлению насыщенного пара, через дроссель возможны следующие типы течения:

- 1) $p_{sat} > p_1 > p_2$ – входит и выходит поток пара, с падением давления его перегрев усиливается;
- 2) $p_1 = p_{sat} > p_2$ – входит поток пароконденсатной смеси, выходит перегретый пар;
- 3) $p_1 > p_{sat} > p_2$ – входит поток переохлажденной жидкости, выходит перегретый пар;
- 4) $p_1 > p_2 = p_{sat}$ – входит поток переохлажденной жидкости, с падением давления поток частично превращается в пар, часть жидкости при этом остается в потоке;
- 5) $p_1 > p_2 > p_{sat}$ – входит и выходит поток жидкости.

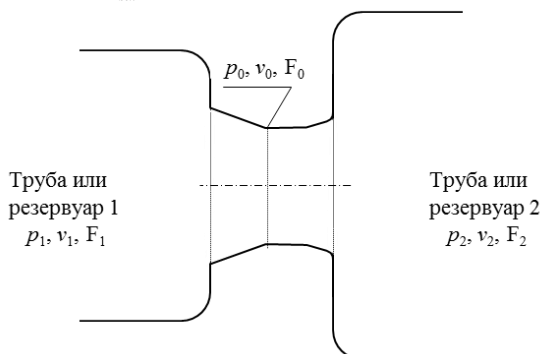


Рис. 1. Расчетная схема диафрагмы.

Модель Orifice, входящая в состав модуля Alumina Digestion версии 2.1 среды моделирования «Math Designer», может быть использована для расчета типов течений под № 2-5. Для расчета типа течения под №1 служит модель Choke в составе того же модуля.

Здесь: p – статическое давление; v – удельный объем гомогенного потока; F – площадь сечения; индексами 1, 0, 2 обозначены параметры потока в резервуаре-источнике, в сечении диафрагмы, в резервуаре-приемнике соответственно.

Для типов течения 3-5 важно учитывать возможное присутствие пара или неконденсируемого газа в смеси с жидкостью на входе в диафрагму, т.к. с повышением их доли снижается плотность и массовый расход среды, проходящей через сужающее устройство, повышается потеря давления. Наглядно это продемонстрировано на рис. 2.

При большом перепаде давления возможны критический и сверхкритический режимы течения пароконденсатной смеси. Последний может наблюдаться в том случае, если диафрагма имеет диффузор. Скорость звука в пароконденсатной смеси ниже скорости звука в однофазных средах: паре и жидкости, поэтому критические условия истечения могут сложиться уже при скорости потока около 20-30 м/с. Достижение критической скорости потока у диафрагм без диффузора приводит к невозможности увеличения массового расхода с ростом перепада давлений («запиранию» потока в критическом сечении). При истечении суспензии, которая содержит абразивные частицы твердой фазы, это явление приводит к ускоренному кави-

тационному износу сужающего устройства с восста новлением докритического режима.

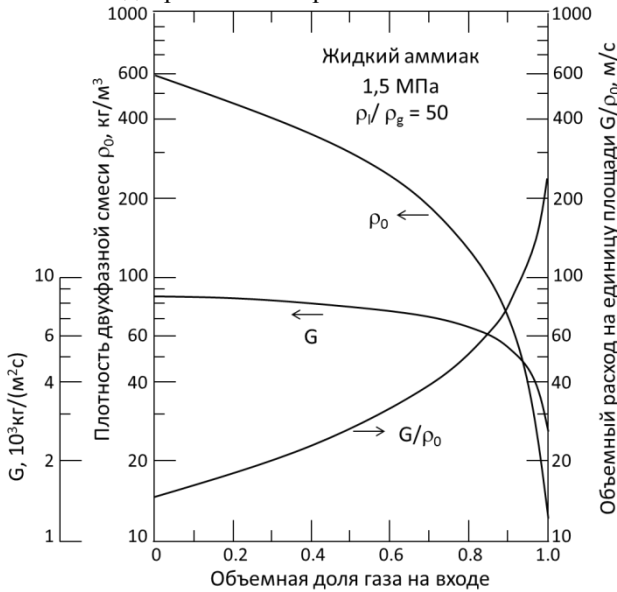


Рис. 2. Изменение плотности двухфазной смеси ρ_{mix} , массовой G и объемной G/ρ_{mix} скорости под влиянием объемной доли газа во входном сечении трубы или местного сопротивления [7].

Такие типы течений характеризуется условиями:

- 1) $p_1 > p_2 = p_{sat}$, $p_1 - p_2 = p_{crit}$ – приходит поток жидкости, с падением давления поток превращается в пар, расход ограничен критическим перепадом давлений;
- 2) $p_1 > p_2 = p_{sat}$, $p_1 - p_2 = p_{crit}$ – приходит поток жидкости, с падением давления поток превращается в пар, расход ограничен критическим перепадом давлений;
- 3) $p_1 > p_2 > p_{sat}$, $p_1 - p_2 = p_{crit}$, $p_0 < p_{sat}$ – приходит и уходит поток жидкости, расход ограничен вскипанием пара в наименьшем сечении струи (в горле диафрагмы, седле клапана).

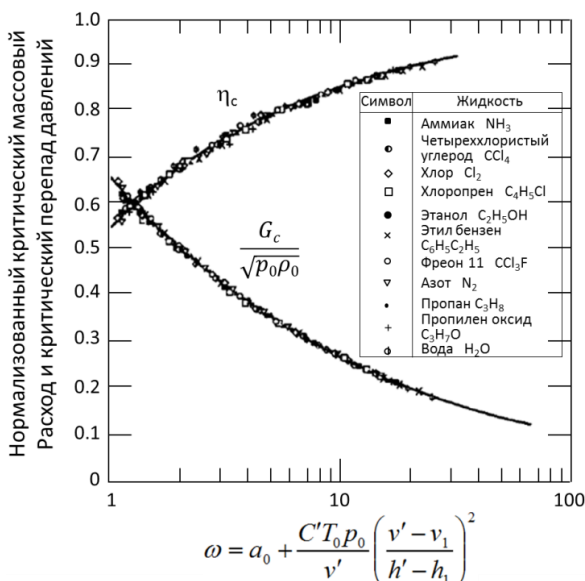


Рис. 3. Корреляции критических параметров истечения для часто используемых парожидкостных смесей [7].

Установлено [7], что для парожидкостных смесей нормализованные значения критического перепада давления и критического массового потока на единицу площади сечения сопла характеризуются единичными зависимостями (рис. 3).

Направления расчета

Модель Orifice может использоваться для расчета параметров потока, размеров диафрагмы, давления в принимающем аппарате, для этого в ее составе реализован переключатель направления расчета (табл. 1).

Таблица 1

Обозначение	Описание
FlowRate	Рассчитывается массовый расход, проходящий через диафрагму заданных размеров при заданном давлении в принимающем аппарате
OutsidePressure	Рассчитывается давление в принимающем аппарате при заданном диаметре диафрагмы и заданном расходе
ThroatDiameter	Рассчитывается диаметр диафрагмы при заданном потоке и давлении в принимающем аппарате, заданном проскоке пара с потоком
VaporFraction	Рассчитывается проскок пара через диафрагму при заданном диаметре диафрагмы, заданном потоке и давлении в принимающем аппарате

Расчетные модели

Существует разнообразие моделей для расчета течения парожидкостных потоков через местные сопротивления. Их подразделяют на две группы: гомогенные и гетерогенные. В модели Orifice среды Math Designer реализованы гомогенные модели, в которых газ и жидкость рассматриваются как единый континуум со специфическими свойствами (табл. 2).

Гомогенная равновесная модель течения парожидкостного потока в трубах

Расчет течения парожидкостного потока через теплоизолированную трубу или местное сопротивление сводится к решению уравнения баланса энергии для адиабатного режима:

$$\frac{v_2}{v_1} - 1 = \alpha \left[\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^\beta - 1 \right], \quad (1)$$

где α и β – константы.

Параметры потока p и v в сечении 0 (рис. 1) изначально неизвестны. Их расчет выполняется итерационно при известных параметрах потока в сечениях 1 и 2. Если тип течения является однофазным или двухфазным, то, как правило, достаточно одной итерации. Для переохлажденных потоков необходимо выполнить, как минимум, две итерации. Начальное приближение выполняется следующим образом:

$$p_0 = (p_1 + p_2) / 2. \quad (2)$$

Далее при выбранных давлениях определяем удельные объемы потока v_1, v_0, v_2 .

Расчетные модели

Обозначение	Распространение	Описание	Ссылки
HEMI	Вертикальные трубы	Гомогенная модель течения, улучшенная для потоков в трубе, равновесная; постоянный коэффициент потерь	[1]
HEMI_NE	То же	Гомогенная модель течения, улучшенная для потоков в трубе, неравновесная; постоянный коэффициент потерь	[1]
HEMI_Omega	Местные сопротивления, предохранительные клапаны, диафрагмы	Гомогенная модель для течения через отверстие с острой кромкой	[2]
HEM_Idelchik	То же	Гомогенная модель течения, улучшенная для потоков в трубе, равновесная; коэффициент сопротивления рассчитывается по методике Идельчика для диафрагм	[1, 3]
HEM_NE_Idelchik	То же	Гомогенная модель течения, улучшенная для потоков в трубе, неравновесная, коэффициент сопротивления рассчитывается по методике Идельчика для диафрагм	[3]
CKTI_Idelch	То же	Гомогенная равновесная модель течения, потери напора для парожидкостного потока рассчитываются по формуле ЦКТИ через коэффициент сопротивления течению жидкости, определенный по методике Идельчика для диафрагм	[3, 4, 9, 10]
Idelchik_FROZEN	То же	Гомогенная модель течения для двухфазных потоков жидкость-газ без межфазового перехода массы или с поздним развитием кипения ("замороженный поток")	[3, 5]

Затем, рассмотрев два процесса расширения смеси от p_1 до p_0 и от p_0 до p_2 , связанные в систему уравнений (3), находим неизвестные ранее значения констант α и β :

$$\begin{cases} \frac{v_0}{v_1} - 1 = \alpha \left[\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^\beta - 1 \right] \\ \frac{v_2}{v_0} - 1 = \alpha \left[\left(\frac{p_0}{p_2} \right)^\beta - 1 \right] \end{cases} \quad (3)$$

На следующем шаге рассчитываем среднеинтегральное значение удельного объема v_{av} на интервале между p_1 и p_2 при известных значениях α и β :

$$v_{av} = \frac{\int_{p_1}^{p_2} v_1 \left\{ \alpha \left[\left(\frac{p_1}{p} \right)^\beta - 1 \right] + 1 \right\} dp}{p_1 - p_2} \quad (4)$$

Определяем полный коэффициент потерь ξ . В моделях HEMI и HEMI_NE полный коэффициент сопротивления рассчитывается по формуле (31), характеризующей потери напора по длине трубы; в моделях HEM_Idelchik, HEM_NE_Idelchik используется система уравнений (27)–(31), учитывающая форму диафрагмы.

$$\xi = \lambda L / D_0, \quad (5)$$

где λ – коэффициент сопротивления трению, L и D_0 – длина диафрагмы и диаметр горла диафрагмы.

Рассчитываем квадраты массовых потоков смеси, соответствующие докритическому (6) и критическому (7) режимам истечения:

$$G_1^2 = v_{av} \cdot \frac{(p_2 - p_1) / 1 \cdot 10^6}{v_2^2 / 2 + \xi \cdot v_{av}^2 / 2}, \quad (6)$$

$$G_{cr}^2 = v_{av} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{v_2 - v_n}, \quad (7)$$

где

$$v_n = v_1 \left\{ \alpha \left[\left(\frac{p_1}{p_2 + 1} \right)^\beta - 1 \right] + 1 \right\}. \quad (8)$$

Фактический массовый поток смеси для равновесной модели будет соответствовать минимальному из этих двух значений:

$$G_{HEMI} = \sqrt{\min\{G_1^2, G_{cr}^2\}} \cdot 10^{-6}. \quad (9)$$

Если обнаружится, что условия истечения критические, т.е. $G_{cr} < G_1$, то необходимо определить новое значение для p_0 в результате совместного решения уравнений (7) – (12). Неизвестное значение p_0 в эти уравнения следует подставить вместо параметра p_2 . Решением системы будет такое p_0 , при котором $G_1 = G_{cr}$. Найдя давление p_0 , соответствующее критическому режиму истечения, следует вычислить новое среднеинтегральное значение удельного объема v_{av} по формуле (31).

Определяем массовый расход парожидкостной смеси по формуле:

$$m = \pi G_{HEMI} D_0^2 / 4. \quad (10)$$

Гомогенная неравновесная модель течения парожидкостного потока в трубах

Начало расчета выполняется в той же последовательности, что и в равновесной модели, т.е. по формулам (1) – (30). Далее определяется неравновесный массовый расход умножением массового расхода для равновесной модели на коэффициент неравновесности NF:

$$G_{HEMINE} = G_{HEMI} \cdot NF, \quad (11)$$

где

$$NF = \sqrt{2 - \frac{\Delta p_{kin} + \Delta p_{fr}}{(p_1 - p_2) \cdot 10^6}}. \quad (12)$$

Здесь dp_{kin} и dp_{fr} – слагаемые, учитывающие изменение кинетической энергии потока и потери давления в результате трения, которые можно определить по формулам:

$$\Delta p_{kin} = G_{HEMI}^2 (v_2 - v_1) / 2, \quad (13)$$

$$\Delta p_{fr} = \xi G_{HEMI}^2 v_{av} / 2. \quad (14)$$

Неравновесное выходное давление можно определить по формуле:

$$p_{2,NE} = p_1 - (p_1 - p_2) \cdot NF^{2.3}. \quad (15)$$

Массовый расход парожидкостной смеси определяется аналогично равновесной модели:

$$m = \pi G_{HEMINE} D_0^2 / 4. \quad (16)$$

Гомогенная модель Омега для течения парожидкостного потока в местах сопротивления

Модель Омега [2, 5, 6] также как и формула ЦКТИ, позволяют рассчитывать сопротивление движению парожидкостного потока, основываясь на известном значении сопротивления для течения несжимаемой жидкости.

Ключевым в этой модели является параметр ω , который рассчитывается по формуле:

$$\omega = a_0 \left(1 - 2p_1 \frac{v' - v_1}{h' - h_1} \right) + \frac{C' T_0 p_0}{v'} \left(\frac{v' - v_1}{h' - h_1} \right)^2, \quad (17)$$

где a_0 – объемная доля пара в сечении диафрагмы; v' , C' и h' – удельный объем, удельная теплоемкость и энтальпия жидкости соответственно.

В модели Омега понятие критического сечения относится не к горлу диафрагмы, а к наименьшему сечению струи F_{jc} , которое возникает за диафрагмой (рис. 4).

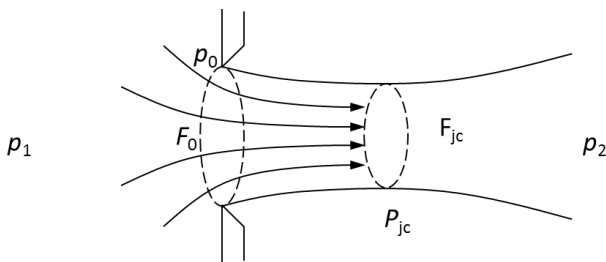


Рис. 4. Формирование критического сечения струи при истечении через диафрагму.

Достижение критической скорости потока возможно только в наименьшем сечении струи F_{jc} . Для проверки достижения критической скорости решается уравнение (18) относительно неизвестного давления в наименьшем сечении струи p_{jc} .

$$\left(\frac{p_{jc}}{p_1} \right)^2 + (\omega^2 - 2\omega) \left(1 - \frac{p_{jc}}{p_1} \right)^2 + 2\omega^2 \frac{p_{jc}}{p_1} + 2\omega^2 \left(1 - \frac{p_{jc}}{p_1} \right) = 0. \quad (18)$$

Поток будет критическим, если $p_{jc} \geq p_1$. Если поток докритический, то для дальнейших расчетов принимается, что $p_{jc} = p_1$.

Расчет массового потока в наименьшем сечении струи выполняется по формуле:

$$G_{jc} = G_{jc}^* \sqrt{p_1 / v_1}, \quad (19)$$

где

$$G_{jc}^* = \frac{\sqrt{-2 \left[\omega \ln \left(\frac{p_{jc}}{p_1} \right) + (\omega - 1) \left(1 - \frac{p_{jc}}{p_1} \right) \right]}}{\omega \left(\frac{p_1}{p_{jc}} - 1 \right) + 1}. \quad (20)$$

Расходный коэффициент K_d для двухфазного потока рассчитывается в результате решения системы уравнений (20) – (27):

$$f K_d^2 - \left\{ \left(\frac{p_{jc}}{p_1} - \frac{p_2}{p_1} \right) / G_{jc}^{*2} + \left[\omega \left(\frac{p_1}{p_{jc}} - 1 \right) + 1 \right] \right\} K_d + \left(1 - \frac{p_2}{p_1} \right) / G_{jc}^{*2} = 0, \quad (21)$$

где f – так называемый, коэффициент недостачи силы, который служит для коррекции сжимаемости струи вверх по потоку. Для двухфазных потоков он определяется по формуле:

$$\frac{f}{f_i} = \frac{\left(1 - \frac{p_0}{p_1} \right) \left[\omega \left(\frac{p_1}{p_0} - 1 \right) + 1 \right]^2}{\omega \ln \left(\frac{p_0}{p_1} \right) + (\omega - 1) \left(1 - \frac{p_0}{p_1} \right)} + 2 \left[\omega \left(\frac{p_1}{p_0} - 1 \right) + 1 \right]. \quad (22)$$

Здесь p_0/p_1 характеризует отношение давления на выходе из диафрагмы к давлению на входе. Это отношение однозначно связано с отношением p_{jc}/p_1 и K_d по формуле:

$$2f_i K_d^2 = \left[\frac{\omega \left[\frac{p_1}{p_{jc}} - 1 \right] + 1}{\omega \left[\frac{p_1}{p_0} - 1 \right] + 1} \right]^2 \times \left[\frac{\omega \ln \left(\frac{p_0}{p_1} \right) + (\omega - 1) \left(1 - \frac{p_0}{p_1} \right)}{\omega \ln \left(\frac{p_{jc}}{p_1} \right) + (\omega - 1) \left(1 - \frac{p_{jc}}{p_1} \right)} \right], \quad (23)$$

где

$$f_i = \frac{1}{K_{d,L}} - \frac{1}{2K_{d,L}^2}. \quad (24)$$

Здесь $K_{d,L}$ – расходный коэффициент диафрагмы для жидкости.

Рассчитав значение K_d и G_{jc} , массовый расход парожидкостного потока определяем по формуле:

$$m = \pi K_d G_{jc} D_0^2 / 4. \quad (25)$$

Потери давления в двухфазном потоке по формуле ЦКТИ

В НПО ЦКТИ (г. Санкт-Петербург) предложено уравнение для определения потерь напора при движении парожидкостного потока через местные сопротивления, которое базируется на известном коэффициенте местного сопротивления для несжимаемой жидкости:

$$\Delta p_{fr} = 0.5\xi(u_0/v_0)^2 v' \times \{1.26(1-x_1) + [1+x_1(v_0/v'-1)]^{0.5}\}^2, \quad (26)$$

где ξ – коэффициент местного сопротивления течению несжимаемой жидкости; v' – плотность несжимаемой жидкости; x_1 – массовая доля пара в потоке перед диафрагмой.

Коэффициент местного сопротивления диафрагмы течению несжимаемой жидкости

Значительные исследования сопротивления диафрагм потоку несжимаемой жидкости выполнены И.Е. Идельчиком [3]. В его работах выделено 4 основных типа диафрагм (табл. 3).

Таблица 3

Типы диафрагм [3]

Тип	Эскиз	Описание
Knife Increased		Диафрагма с острыми краями, расширяющимися по потоку, ($L/D_0 = 0 \div 0,015$), установленная на переходном участке; $Re_0 > 10^4$
Knife Decreased		Диафрагма со срезанными по потоку краями, установленная на переходном участке; $Re_0 > 10^4$
Rounded Entrance		Диафрагма с закругленными краями, установленная на переходном участке; $Re_0 > 10^4$
Beaded Edge		Диафрагма с утолщенными краями с закругленной или прямой входной кромкой, ($L/D_0 > 0,015$), установленная на переходном участке; $Re_0 > 10^5$

Критерий Рейнольдса для любого сечения потока рассчитывается по формуле:

$$Re = uD_h \mu v, \quad (27)$$

где $D_h = 4F/\Pi$ – гидравлический диаметр; F – площадь

сечения потока; Π – периметр сечения потока; u – скорость потока; μ – динамический коэффициент вязкости.

Расчет сопротивления течению несжимаемой жидкости через диафрагмы перечисленных типов выполняется по формулам:

KnifeIncreased

$$\xi = [0,707(1 - F_0 / F_1)^{0,375} + (1 - F_0 / F_2)]^2, \quad (28)$$

KnifeDecreased

$$\xi = \varphi_1(1 - F_0 / F_1)^{0,75} + (1 - F_0 / F_2)^2 + 2\varphi_1^{0,5}(1 - F_0 / F_1)^{0,375}(1 - F_0 / F_2), \quad (29)$$

$$\varphi_1 = 0,13 + 0,34 \cdot 10^{-[3,4L/D_0 + 88,4(L/D_0)^2]};$$

RoundedEntrance

$$\xi = \varphi_2(1 - F_0 / F_1)^{0,75} + (1 - F_0 / F_2)^2 + 2\varphi_2^{0,5}(1 - F_0 / F_1)^{0,375}(1 - F_0 / F_2), \quad (30)$$

$$\varphi_2 = 0,03 + 0,47 \cdot \exp(-17,73L / D_0);$$

BeadedEdge

$$\xi = \varphi_2(1 - F_0 / F_1)^{0,75} + (1 - F_0 / F_2)^2 + 2\varphi_2^{0,5}\tau(1 - F_0 / F_1)^{0,375}(1 - F_0 / F_2) + \lambda / D_0, \quad (31)$$

$$\tau = (2,4 - L / D_0) \cdot 10^{-\delta},$$

$$\delta = 0,25 + 0,535(L / D_0)^8 / [0,05 + (L / D_0)^7]$$

Течение «замороженного» потока

При истечении переохлажденной жидкости случается, что поток «заморожен», т.е. фазовые переходы не имеют места и массовые концентрации фаз в потоке не изменяются, либо эти изменения происходят на поздней стадии и малозначительны [8].

Расчет выполняется по модели Омга, адаптированной для течения переохлажденной жидкости:

$$\omega_s = \frac{C'T_0 p_s}{v'} \left(\frac{v' - v_1}{h' - h_1} \right)^2, \quad (32)$$

где p_s – давление насыщенного пара при входной температуре.

Рассматривается два случая переохлаждения: слабое и сильное. Границей между ними является условие:

$$\eta_s \geq 1 - (2\omega_s)^{-1}, \quad (33)$$

где $\eta_s = p_s / p_0$.

При слабом переохлаждении, когда условие (33) выполнено, вскипание потока происходит не в критическом, а в выходном сечении. Массовый поток через местное сопротивление в этом случае можно определить по формуле:

$$G_{s,low}^* = \frac{\sqrt{Z_1}}{\omega \left(\frac{\eta_s}{\eta} - 1 \right) + 1} \quad (34)$$

где

$$Z_1 = 2(1 - \eta_s) + 2 \left[\omega_s \eta_s \ln \left(\frac{\eta_s}{\eta} \right) - (\omega_s - 1)(\eta_s - \eta) \right].$$

Аналогично модели Омега для переохлажденного потока оценивается достижение критических условий истечения в результате решения уравнения:

$$\left[\left(\omega_s + \frac{1}{\omega_s} - 2 \right) / (2\eta_s) \right] \eta_c^2 - 2(\omega_s - 1)\eta_c + \omega_s \eta_s \ln \left(\frac{\eta_c}{\eta_s} \right) + 1.5\omega_s \eta_s - 1 = 0. \quad (35)$$

При сильном переохлаждении, когда условие (33) не выполнено, и вскипание потока не происходит или происходит уже после диафрагмы, расчет выполняется по классическому уравнению Бернулли:

$$G_{s.high}^* = \sqrt{2(1 - \eta_s)}. \quad (36)$$

Коэффициент сопротивления течению несжимаемой жидкости рассчитывается по зависимостям (27) – (31).

Эффект присутствия неконденсируемых газов в парожидкостном потоке

Учесть присутствие неконденсируемых газов возможно в обобщенной модели Омега [8]. В этом случае уравнение (38) преобразуется к виду:

$$\omega = \varepsilon_1 + (1 - \varepsilon_1) \frac{C'T_0 p_0}{v'} \left(\frac{v' - v_1}{h' - h_1} \right)^2, \quad (37)$$

где ε_1 – объемная доля неконденсируемых газов во входящем потоке.

Обобщенное уравнение для массового потока имеет вид:

$$G^* = \frac{Z_2}{\omega \left[\left(\frac{P_{v,0}}{P_v} - 1 \right) + 1 \right]},$$

где

$$Z_2 = 2 \left[-\varepsilon_1 y_{g,0} \ln \left(\frac{P_g}{P_{g,0}} \right) + (1 - \varepsilon_1) y_{g,0} \left(1 - \frac{P_g}{P_{g,0}} \right) - \omega(1 - y_{g,0}) \ln \left(\frac{P_v}{P_{v,0}} \right) + (1 - y_{g,0}) \left(1 - \frac{P_v}{P_{v,0}} \right) \right], \quad (38)$$

где $p_{g,0}$ и $p_{v,0}$ – парциальное давление неконденсируемого газа и пара соответственно; $y_{g,0} = p_{g,0} / p_0$ – объемная доля неконденсируемого газа. Если $y_{g,0} = 0$, то формула (38) превращается в уравнение для вскипающего потока, а если $y_{g,0} = 0$, то поток будет абсолютно не кипящим.

Взаимосвязь между парциальными давлениями неконденсируемого газа и пара устанавливается соотношением:

$$\varepsilon_0 \left[\frac{P_{g,0}}{P_g} - 1 \right] = \omega \left[\frac{P_{v,0}}{P_v} - 1 \right]. \quad (39)$$

Для определения критических условий истечения используется уравнение:

$$-\varepsilon_1 y_{g,0} \ln \left(\frac{P_{g,c}}{P_{g,0}} \right) + (1 - \varepsilon_1) y_{g,0} \left(1 - \frac{P_{g,c}}{P_{g,0}} \right) - \omega(1 - y_{g,0}) \ln \left(\frac{P_{v,c}}{P_{v,0}} \right) + (1 - \omega)(1 - y_{g,0}) \left(1 - \frac{P_{v,c}}{P_{v,0}} \right) = \frac{1}{2} \left[\frac{y_{g,0}}{\varepsilon_1} \left(\frac{P_{g,c}}{P_{g,0}} \right)^2 + \frac{(1 - y_{g,0})}{\omega} \left(\frac{P_{v,c}}{P_{v,0}} \right)^2 \right] \times \left[\omega \left(\frac{P_{v,0}}{P_{v,c}} - 1 \right) + 1 \right]^2, \quad (40)$$

где индексом с обозначены критические параметры истечения.

Решая систему уравнений (39) – (40), находим неизвестные соотношения $p_{g,c} / p_{g,0}$ и $p_{v,c} / p_{v,0}$. После этого определяем полно критическое давление по формуле:

$$p_c = p_0 \left[y_{g,0} \frac{P_{g,c}}{P_{g,0}} + (1 - y_{g,0}) \frac{P_{v,c}}{P_{v,0}} \right]. \quad (41)$$

Дальнейшие расчеты выполняются аналогично классической модели Омега.

Литература

1. **Kim, J.S.** A Homogeneous Equilibrium Model Improved for Pipe Flows / J.S. Kim and H.J. Dunsheath // Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2010, USA, San Francisco WCECS 2010, October 20-22, Vol II, 2010.
2. **Leung, J.C.** A theory on the discharge coefficient for safety relief valve // Journal of Loss Prevention in the Process Industries 17 (2004), P. 301-313.
3. **Идельчик, И.Е.** Справочник по гидравлическим сопротивлениям / Под ред. М.О. Штейнберга. – Изд. 3., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
4. Инструкция по расчету гидродинамических характеристик водоохлаждаемых каналов реакторных установок типа ВВЭР и ВК. Л.: Изд-во НПО ЦКТИ, 1979.
5. Emergency Relief System Design Using DIERS Technology: The Design Institute for Emergency Relief Systems (DIERS) Project Manual / H. G. Fisher, H. S. Forrest, S. S. Grossel, J. E. Huff, A. R. Muller, J. A. Noronha, D. A. Shaw, B. J. Tilley. NY., Wiley-Interscience, 1992. – 538 p.
6. **Lenzing, T.** Critical mass flow rate in accordance with the omega-method of DIERS and the Homogeneous Equilibrium Model / T. Lenzing, L. Friedel, M. Alhusein // Journal of loss prevention, 1998. № 11. P. 391-395.
7. **Leung, J.C.** Pressure Relief Consideration for Refrigeration Equipment // Process Safety Progress, 1996. Vol. 15, No.2. P. 66-73.
8. **Leung, J. C.** Leung Two-phase flow discharge in nozzles and pipes – a unified approach // J. Loss Prev. Process Ind., 1990, Vol3. P. 27-32.
9. **Кириллов, П.Л.** Справочник по теплогидравлическим расчетам: (Ядерные реакторы, теплообменники, парогенераторы) / П.Л. Кириллов, Ю.С. Юрьев, В.П. Бобков. М.: Энергоатомиздат, 1990. 360 с.
10. **Печенгов, Ю.Я.** Пароконденсатные систем промышленных предприятий и конденсатоотводчики: Учебн. пособие. Саратов: Изд-во Сарат. гос. техн. ун-та, 1998. – 100 с.

11. **Henry, R. E.** The two-phase critical flow of one-component mixtures in nozzles, orifices, and short tubes /

R. E. Henry, H.K. Fauske // Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer, 1971. №93. P. 179-187.

GENERALIZED MATHEMATICAL MODEL OF THE VAPOUR-LIQUID STREAM THROUGH PIPES AND LOCAL HYDRAULIC RESISTANCE

V.O. Golubev

All two-phase flow field structures through pipes and local hydraulic resistance are considered in constructed mathematical description. Thermodynamic principals and hydrodynamic aspects of vapor-liquid stream ware integrated. Mass flux and hydraulic resistance of a circuit site can be predicted with the help of the model. The model was added with a possibility of design of forms and the sizes of the elementary restriction device – orifice. The algorithm was integrated into framework "Math Designer" and can be used for computer-aided engineering of choking devices and pipes for two-phase flows.

Keywords: vapor-liquid equilibrium, two-phase stream, flow model, critical flow, losses of pressure, local hydraulic resistance, flow restriction, orifice.